

# A MODELLALKOTÁS ALAPELVEI ÉS MÓDSZEREI

Dr. M. Csizmadia Béla

Az előadás célkitűzése, hogy hozzájáruljon a modellalkotási tevékenység minél tudatosabb végzéséhez. Ennek érdekében megfogalmaz néhány alapelvet, amelyet a modellalkotás során be kell tartani. Ezek közül három általános érvényű, a világ megismerésére vonatkozó megállapítás, kettőt pedig a helyes modell létrehozásánál kell figyelembe venni. Az alapelvekből következő három, a műszaki gyakorlat számára fontos elvet is rögzít. Ezek után pedig a mechanikai modellalkotás módszereit foglalja röviden össze.

## 1. A mérnöki feladat és a modellalkotás

A mérnök az elődei tudását összegzi magában, amelyet felhasználva és a jelen, általa megoldható problémáit felismerve, azok megoldásán fáradozik. Mindezt úgy teszi, hogy mindig emberibb, élhetőbb jövőt építsen. Hétköznapiabb szavakkal megfogalmazva, a mérnök

- mindig tanul,
- nyitott szemmel jár a világban,
- felismeri az általa megoldható problémákat,
- analizálja a valóságot és megoldást keres,
- az eredményeit elhelyezi a nagy egészben úgy, hogy
- tevékenységével az embert szolgálja.

Tehát látható, hogy a mérnök a természetes és az ember által alkotott valóságot analizálja, leírja. Ezt csak úgy teheti, hogy modellt alkot, a modellt vizsgálja és annak eredményeit vetíti vissza a valóságra.

*Az igazi mérnöki feladat tehát a modellek helyes megválasztása!* Ma már ugyanis a számítási módszerek tömege áll rendelkezésre. Ezeket azonban nem mindegy, hogy milyen modellekre alkalmazzuk. A valóságra ugyanis nem tudjuk, csak valamilyen modellre. Mert a modell a valóság olyan egyszerűsített mása, amely a vizsgált jelenség, és ezen belül a meghatározott cél szempontjából a valósághoz hasonlóan viselkedik.

Tehát modellt kell alkotni. Ez azonban csak intuitív módon, nagy tapasztalattal lehetséges. Ezt a "nagy tapasztalatot" azonban nem lehet oktatni. Mégis szükséges az említett tapasztalatnak a megszerzését megkönnyíteni, valamilyen formában közreadni. Ugyanakkor ma a mérnök-képzésben a modellalkotás oktatása nem, vagy alig szerepel. Ez valóban nehezen is oktatható. A gyakorlatban a modellek létrehozása kétféleképpen szokott történni:

- a., "bevált", szokásos közelítések alkalmazásával;
- b., sok tapasztalat alapján, intuitív tevékenységgel.

ad a. A gyakorlatban mind a hagyományos – kézi – számításoknál, mind a számítógépes (pl. VEM) számításoknál, kialakultak szokásos modellek. Ilyen a rácsos tartók csuklós szerkezetekkel történő modellezése, a gépelemekben a csapok nyírásra és felületi nyomásra történő ellenőrzése, stb. Ezekben az esetekben általában – alacsonyabb vagy magasabb szinten – rutin

mérnöki tevékenységet végez a feladatot megoldó. Ezek egy részét a mechanikában, a gép-  
elemekben és más szaktárgyakban megemlítik, alkalmazzák a képzés során. A VEM alkalmazásánál a felhasználó a felkínált lehetőségek közül – amelyek esetleg valóban bőségesek – választ, és nem azt vizsgálja, hogy a valóságot milyen közelítéssel és megfelelően modellezi-e a kiválasztott peremfeltétel. “Ezt így kell csinálni” gondolat alakul ki a felhasználóban és nem tudatosodik benne, hogy mikor lehet így, és mikor kell másképp modellezni.

ad b. A modellalkotás másik, széles köre az az eset, amelynél nem mérnöki rutinfeladatot kell megoldani, hanem valamilyen “új” problémával kell megbirkózni. Nagyon sok esetben ekkor is a “bevált” szokásos modelleket használják – esetleg helytelenül vagy rosszul.

Ennek az előadásnak az a célja, hogy itt a fiatal, alkotni tudó műszaki értelmiség előtt olyan általános elveket foglaljunk össze, szempontrendszer adjunk meg, amelyet felhasználhatnak, amely megtanulható és segíti őket a legfontosabb mérnöki tevékenységben, a modellalkotásban.

## **2. A modellalkotást megalapozó alapelvek, a világ leírásának lehetőségei**

**I. alapelv:** Sohasem szabad abszolutizálni egy-egy vizsgálódásunknál az elmélet vagy a kísérlet szerepét. A kettőt együtt alkalmazva juthatunk kielégítő eredményre.

A világegyetemben egyszerre uralkodik ugyanis esetlegesség és rend. Ez a kettősség a tapasztalati tudomány hajtóereje. Hiszen esetlegesség híján elvben pusztán logikai levezetésekkel, megfigyelések nélkül is meg tudnánk magyarázni a Világegyetemet, azaz a körülöttünk lévő szűkebb és tágabb valóságot. Ha viszont világunkban nem volna rend, ésszel sem volna felfogható, és így tudomány sem létezne. Hogy ez a kettősség érhető legyen egy ismert példát mondunk. Egy zárt edényben lévő gázatomok mozgása teljességgel esetleges, de a gáz nyomása, térfogata, hőmérséklete közötti kapcsolat egyértelműen leírható. Az esetlegesség nem azt jelenti, hogy nincs oksági kapcsolat az atomok mozgásában, hanem azt, hogy a kezdeti peremfeltételek az esetlegesek.

A világegyetem esetlegessége és rendje közötti szétválaszthatatlan köteléknek köszönhető, hogy a természettudomány – ezen belül a mérnöki tudományok – kísérlet és elmélet jellegzetes kölcsönösségével dolgozik. Ez a tény alapozza meg tudásunkat a fizikai világról.

**II. alapelv:** A valóság részekre bontható és a részekről a nélkül is szerezhetünk ismereteket, hogy az egészet megvizsgálánk

Gyakran mondják, hogy a természet egységes, és a világ olyan egész, amelyben minden összefügg mindennel. Bizonyos értelemben ez igaz, ám a tapasztalat azt mutatja, hogy rendkívül aprólékosan le tudjuk írni a világ kiválasztott részeit anélkül, hogy szükségünk lenne az egész ismeretére. Mi az oka, hogy a világ megfelelően választott részeiről mégis tudunk helyes ismereteket szerezni. Ennek a világ két különleges sajátossága a “linearitás” és a “lokalitás” az oka. Egy lineáris rendszer – mint ismert – az összeadás és a szorzás igen sajátos matematikai törvényeivel írható le, ezáltal egyszerűen kezelhető. De nem azért kell lineáris rendszerekkel leírni a legtöbb jelenségeket, mert így egyszerűbb, hanem azért mert lehet: ilyen a valóság. Természetesen egyetlen rendszer sem pontosan lineáris. A kérdés így vetődik fel: miért lehet mégis nagyon sok jelenséget lineáris rendszerként kezelni. Ennek három oka van:

- nagyon sok esetben a nem lineáris hatások igen gyengék vagy/és,
- kis hatótávolságúak, és

- a lineáris rendszerek kevésbé érzékenyek a gyenge zavaró hatásokra.  
A linearitás sok esetben létezik, csak fel kell ismerni, hogy mely jellemzők között.

A másik sajátosság, ami lehetővé teszi a jól kiválasztott részek vizsgálatát az egész ismerete nélkül a már említett lokalitás. Ez azt jelenti, hogy az esetek többségében a fizikai rendszerek viselkedését teljes egészében a közvetlen környezetükben fellépő (erő)hatások határozzák meg.

Mindezek alapján a II. alapelvből a műszaki tudomány számára megfogalmazhatunk egy elvet: a modellalkotásnál fontos tisztázni, hogy mit minek a függvényében kívánunk mérni.

**III. alapelv:** A természeti törvények térben változatlanok, mindenhol érvényesek, időben mindig igazak és matematikai formulákba foglalhatók, függetlenek a megfigyelőtől és a jelenléte állapotától, a természet részei, nem “kitalált” matematikai formációk

Két egymástól jól elkülönült módon nyerhetünk tudomást a világról. Az egyik a közvetlen tapasztalat, a másik a racionális okfejtés. Példának vehetjük egy alma esését. Közvetlen tapasztalattal érzéki benyomásokat, mért eredményeket kaphatunk egy alma egyszeri eséséről. Tudhatunk azonban ugyanerről egészen más, sokkal mélyebb módon is. Newton törvényeinek ismeretében és bizonyos matematikai tudás birtokában egy modellt is alkothatunk a leeső almáról. Ez már nem érzéki benyomásainkon alapul, hanem értelmünk alkotja meg – korábbi általánosított tapasztalatok, a törvények alapján – összefüggést teremtve a hulló alma egyszeri esése és a fizikai folyamatok átfogóbb tartománya között. A megalkotott mechanikai modell vizsgálata a fizika törvényeit felhasználó matematikai modellel lehetséges. Ezt nem látjuk, ám mégis – a maga elvont módján – ismereteket közöl a világról, még hozzá magasabb rendű, általánosabb érvényű ismereteket. Ugyanakkor azonban a természet törvényeit is érzéki ismeretek alapján alkotta és alkotja az ember. Ezekre a természeti törvényekre vonatkozik a III. alapelv. Amit még egyszer külön, nyomatékosan is hangsúlyozunk, hogy a természeti törvényeket nem megalkotta, hanem felfedezte az ember. Azok tőlünk függetlenül, mindig léteztek, az anyagba írottak, annak részei.

Ha tehát mi, mérnökök egy jelenség megfigyelése során modellt alkotunk, és törvényszerűségeket fogalmazunk meg, azok nem természeti törvények. Nem minden körülmények között érvényesek. Ezért ebből az alapelvből a műszaki kutatók számára megfogalmazhatunk egy elvet: a modell és a kapott eredmények alapján mindig meg kell határozni a modell alkalmazhatósági határait.

### **3. A modellalkotásra vonatkozó alapelvek**

**IV. alapelv:** A modellt a vizsgálati cél is meghatározza, a modell célja pedig, a törvények ismeretében és felhasználásával a modell viselkedésére vonatkozó számítások végzése. Azok eredményei alapján a valóságról alkotott ismeretek bővítését érhetjük el.

A modellalkotás alapkérdése az absztrakció az elvonatkoztatás. Az absztrakció-képesség alapvető emberi tulajdonság, nem feltétlen csak valamilyen mérnöki tevékenység vagy módszer. Egy példával kívánunk erre rávilágítani. Ha egy – esetleg még beszélni sem tudó – kisgyereknek az egyik szülője idegen környezetben azt mondja, hogy “kisfiam, ülj le a székre”, odamegy és leül. A székre. És nem a párnára, vagy a földre, vagy a heverőre. Akkor is, ha nem látta még azt a széket, ami a szobában van, és függetlenül attól, hogy az a szék három vagy négylábú, támlás vagy támla nélküli, kárpitozott vagy sem, faragott vagy sima, fából

vagy fémből készült, stb. Azaz felismeri a széket, mint elvonatkoztatott fogalmat és nem egy konkrét tárgyat keres.

Az absztrakció a matematika létezésének is az alapja. Hogy azt mondhassuk öt kő, meg két kő az hét kő, a kő anyagától, formájától, nagyságától, színétől el kell vonatkoztatnunk. A kő fogalmát kell értelmeznünk, amely köveknek ezen kívül egymástól elkülönült létezőknek kell lenniük.

Láthatjuk tehát, hogy a vizsgálat tárgyát képező tárgy vagy jelenség fogalmát a vizsgálati cél figyelembevételével kell meghatározni. Hogy ismét egy egyszerű példával éljünk, ha az előbbi ülőalkalmatosságot, mint széket, vagy mint bútort, vagy mint faszerkezetet akarjuk vizsgálni más és más értelmezést kell adni ugyanannak a tárgynak, más lesz a modellje. Más sajátosságait emeljük ki, tartjuk meghatározónak és más sajátosságait hanyagoljuk el, tekintjük az adott szempontból lényegtelennek.

**V. alapelv:** A megalkotott modelljeink alapján új információkhoz juthatunk a világról, de az így kapott eredményeket mindig össze kell vetni a valósággal és a kitűzött céllal és ezek eredményeképpen dönthető csak el, hogy helyes-e a megalkotott modell.

Végül beszéljünk általánosságban a valóság és a modell kapcsolatáról. Mint már megfogalmaztuk a modellt a valóság olyan egyszerűsített mása, amely a valósághoz hasonlóan viselkedik. Hasonlóan! Nem ugyanúgy! A kettő közötti különbség a modellalkotás hibája. Miből adódik ez a hiba, ez az eltérés a valóság és a modell között? Egyrészt abból, hogy a modell a valóságban uralkodó rendet képezi le, a világ esetlegességeivel nem foglalkozik. Másrészt a "rendet" meghatározó tényezők közül is csak a vizsgálati célnak megfelelőket veszi figyelembe, azaz nem teljes hasonlóságról beszélhetünk. Harmadsorban pedig a megalkotott modellen elvégzett számításokban lehetnek, vannak közelítések akár a felírt egyenletekben, akár azok megoldásában.

A valóság és a modellel kapott eredmények nem egyeznek. A különbség oka nem a természettörvényben, hanem a modellben keresendő. Egy régi, ismert égi mechanikai példával igazoljuk ezt. A tömegvonzás törvénye érvényes. Figyelembe véve a Napot és a Naprendszer bolygóit modellt alkottak a Neptunus mozgásáról. A modell alapján – figyelembe véve a tömegvonzás törvényét – leírták, kiszámolták a bolygó pályáját. És ez nem egyezett a csillagászok megfigyeléseivel. Talán nem érvényes itt a tömegvonzás törvénye? Vagy nem vettek figyelembe valamit a modellben? Ez utóbbit tételezték fel, és tovább vizsgálták a számítás és mérés különbségeit. Arra jutottak a számítás végzők, hogy valamilyen külső, jól meghatározható helyű hatás okoz a pályában rendellenességeket. És ekkor azt mondták a csillagászoknak, hogy az égbolt adott helyén adott időben keressenek valamit, mert ott kell legyen a zavaró hatás. És felfedezték a Plútót! Azaz rossz volt a Neptunus pályájának meghatározására szolgáló modell, így nem egyezett a számított eredmény és a valóság.

A IV. és V. alapelvből levonhatunk egy következtetést, megfogalmazhatunk egy elvet a műszaki gyakorlat számára: az a jó modell, amely a lehető legegyszerűbb, de a célnak megfelelő pontossággal közelíti a valóságot.

#### **4. A mechanikai modellalkotás módszerei**

Foglalkoztunk már azzal, hogy a jelenség és a vizsgálati cél határozza meg a modellt, és azzal is, hogy a jó modell a lehető legegyszerűbb. Megvizsgáltuk továbbá, hogy milyen célból alko-

tunk modelleket. Most azt tanulmányozzuk, hogy milyen módszerek lehetségesek a modell létrehozásánál. További vizsgálatainkat azonban már – példákra is hivatkozva – a mechanikai modellekre korlátozzuk. Háromféle módszerrel közelíthetjük meg a célt.

#### **4.1. Analitikusan számítható “pontos” modellek**

A címben szereplő “pontos” kifejezés azt jelenti, hogy a modell hibája a vizsgálati cél által meghatározott megengedhető hibán belül van. Ezeknél a modelleknél azonban ezt a hibabecslést általában az évszázados mérnöki tapasztalat határozza meg. Az ilyen, tapasztalat által igazolt modellrészekből alkotható meg a teljes modell. Így itt az intuíciónak és a mérnöki gyakorlatnak nagy szerepe van, ezért nehezen tanulható. A rutin mérnöki gyakorlatban előforduló modellek többsége ilyen.

Az analitikusan számítható modelleknek igen nagy haszna, hogy paramétervizsgálatra igen jól használhatók. Azaz egyszerű módszerekkel meghatározható az adott tartományban az egyes paraméterek hatása a jelenséget leíró jellemzőre. A paramétervizsgálat az optimumkeresést is lehetővé teszi. Erre pedig sokszor gazdasági, más esetekben egyáltalán magvalósíthatósági szempontból is szükség van.

#### **4.2. “Közelítő” modellek**

Igen bonyolult jelenségek modellezésénél szükségessé válhat a jelenséget bemutató, de azt nem a célnak megfelelő pontossággal közelítő modellek alkalmazása. Ez azonban sokszor nem kényszerűségből születik meg így, hanem ésszerű megfontolásból. Vizsgáljuk meg milyen okok eredményezhetik az így létrehozott közelítő modellek alkalmazását!

A fokozatos közelítés elve

A modellalkotó gyakran nem talál rá azonnal a megfelelő modellre. Ezért a legegyszerűbb, vagy legegyszerűbbnek tűnő modellből indul ki, és az eredmények tanulmányozása után dönt arról, hogy milyen további, pontosabb modell megalkotása szükséges a vizsgálati cél megoldásához. Így lépésről-lépésre jut el a már használható legegyszerűbb modellig. Ez akkor is így van a modellalkotó gondolkodásában, ha nem is dolgoz ki minden közelítő modellt, csak a megfelelő megalkotásán gyötrődik.

#### *Komplex megoldás*

Egy probléma megoldását megközelíthetjük komplex módon: kísérleti és gondolati modellek együttes alkalmazásával. Ezt a módszert elsősorban kutatási célú feladatok kapcsán alkalmazzuk olyan esetben, amelynél a feladat megoldása főleg kísérleti módszereket igényel. Ilyenkor sem szabad lemondani a mechanikai, a gondolati modellek megalkotásáról, még akkor sem, ha azok csak durva közelítései a valóságnak. Meg kell alkotni a jelenséget leíró lehetséges közelítő modellt, amely két jelentős módon is segítheti a jelenség leképezését:

lehetőséget teremt az egyenletanalízis, a hasonlósági elvek alkalmazására, ami segíti a kísérleti vizsgálatot

csökkenti a kísérleti paraméterek számát, és lehetővé teszi a megoldás keresését szorzatfüggvény segítségével:

$$y=f_1(x_{11}; x_{12}...) f_2(x_{21};x_{22};...) ,$$

ahol az  $f_2$  függvény a közelítő modell megoldását jelenti,  $y(x_{11};...x_{21})$  pedig a kísérleti eredmény, amelyből az  $f_1$  kísérlettel figyelembe vehető tényező meghatározható.

Modellalkotás kísérleti modell létrehozásához

Ebben az esetben nem a mechanikai, hanem a kísérleti modell a közelítő. Ha valamely valós szerkezet típus valós viselkedését akarjuk kísérleti úton – esetleg szabványi előírások miatt –

ellenőrizni rendkívül költséges vizsgálatok elvégzésére kényszerülhetünk. Ezért – a jelenséget jól modellező – egyszerűbb kísérleti modellen hajtjuk végre a méréseket. Ekkor is szükséges egy gondolati modell megalkotása a közelítő kísérleti modell leírásához, hogy igazolható legyen a közelítő kísérleti modell elfogadhatósága.

#### *Paraméter vizsgálat*

A közelítő modellek legjellegzetesebb és legfontosabb esete ez. Itt a jelenség, a vizsgálati cél annyira bonyolult, hogy analitikusan megoldható modellel nem írható le. Ekkor lehetséges egy numerikus módszerekkel kezelhető modell megalkotása az adott konstrukcióra. Ha azonban nem az ellenőrzés, hanem a tervezés a feladatunk, a konstrukciót előbb ki kell alakítani. Ezt – a korábbi tapasztalatok alapján – sokszor a tervező intuíciója határozza meg. Célszerűbb azonban itt először egy közelítő, analitikusan megoldható modell létrehozása, és ezen paramétervizsgálat elvégzése, optimalálás végrehajtása. Az így kialakított szerkezet ellenőrzése ezek után, a valóságot jobban megközelítő numerikus modellel lehetséges. Ha az eredmények további módosítást igényelnek, az már kevesebb munkával elvégezhető. Ennek a módszernek a követése igen hatékony és eredményes.

#### **4.3. Numerikusan megoldható modellek**

Az előző alpontban megfogalmaztuk annak lehetőségét, hogy numerikusan megoldható modellel közelítsük a valóságot. Ez lehet egy közelítő modell utáni vizsgálat eredménye, de lehet közvetlenül megalkotott modell is. Elsősorban ez utóbbit ellenőrzéseknél alkalmazzuk, olyan esetben, amelynél nem elsősorban a mechanikai modell határozza meg a konstrukciót.

A numerikus modellek közül még kevés alkalmas optimalásra (ilyen például az evolúciós modell), de azok is csupán egy szűkebb probléma megoldására használhatók. Ezeket a feladatokat más módszerekkel meg sem lehet oldani. Pillanatnyilag ezek képezik a legbonyolultabb modellalkotási módszereket.

Ugyanakkor fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a numerikusan megoldható modellek a komplex mérnöki feladat általános megoldására nem használhatók. Ezek igen jó kiegészítói a mérnöki tevékenységnek, eszközök a mérnök kezében, de a kapott numerikus eredményeket az embernek kell értelmezni, elhelyezni a nagy egészben. A feladatot nem a számítógép, nem a még oly kitűnő programrendszer, hanem az alkotó mérnök tudja csak megoldani.

Dr. M. Csizmadia Béla  
egyetemi tanár  
Szent István Egyetem Gépészmérnöki Kar, Gödöllő  
Mechanikai és Géptani Intézet  
06 30 916 25 18, [csizmadia.bela@gek.szie.hu](mailto:csizmadia.bela@gek.szie.hu)  
A MMK Gépészeti Tagozatának elnöke